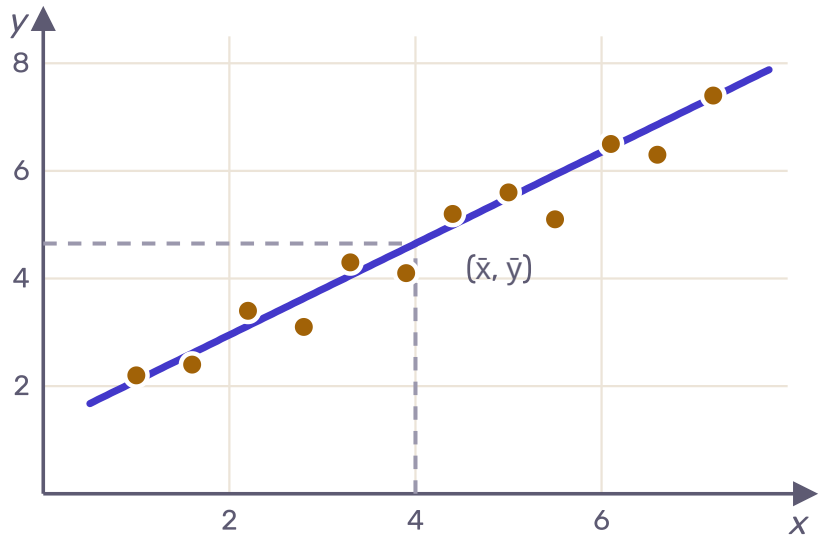
סטטיסטיקה ורגרסיה

מצגת הסבר – מקדם המתאם r וישר הרגרסיה

מתמטיקה 4 יח״ל | שאלון 35472 | תכנית חדשה | בבחינות 2022–2023

האתר נבנה ע״י עדי והבינה

מה נלמד?



בודקים קשר בין שני משתנים: x (למשל ציון במתמטיקה) ו־y (ציון במדעי המחשב).

1. לקרוא **דיאגרמת פיזור** ולהעריך את r
2. לחשב את **שיפוע** ישר הרגרסיה ואת **משוואתו**
3. **לנבא** ערך של y לפי x (או להפך)
4. מה קורה ל־$\bar{x}$, S_x, r כשמשנים את הנתונים

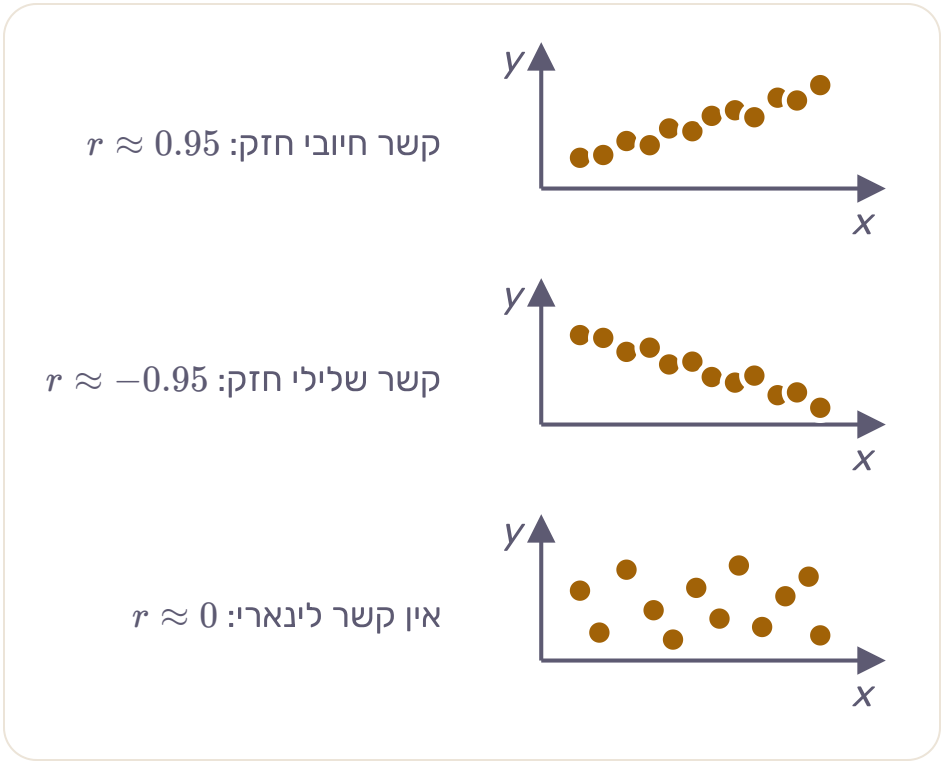
באתר יש שאלות בנושא מהמועדים של 2022–2023.

מקדם המתאם r

r מודד עד כמה הנקודות קרובות ל**ישר**: $-1 \le r \le 1$.

- **סימן** r ← כיוון הקשר: $r > 0$ – כש־x גדל, y גדל בדרך כלל.
- **גודל** $|r|$ ← חוזק הקשר: קרוב ל־1 – קשר חזק.
- $r = 0$ ← אין קשר **לינארי**.

לזכור (לא בנוסחאון)



ישר הרגרסיה – שתי תכונות

1. עובר בנקודת הממוצעים

תמיד: הנקודה $(\bar{x}, \bar{y})$ נמצאת על הישר.

לכן אם הישר הוא $y = mx + 43.2$ ו־$(\bar{x}, \bar{y}) = (64, 72)$:

$$72 = 64m + 43.2 \;\Rightarrow\; m = 0.45$$

2. סימן השיפוע = סימן r

$m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ וסטיות התקן חיוביות.

$r < 0$ ← הישר **יורד**. $r = 0$ ← $m = 0$, ישר **אופקי** $y = \bar{y}$.

ניבוי: מציבים את x הנתון במשוואת הישר ומקבלים את הערך **המשוער** של y.

הנוסחאות מהנוסחאון

נוסחאון • סטטיסטיקה

ממוצע וסטיית תקן:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + \cdots + x_n f_n}{N}$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

שיפוע ישר הרגרסיה:

$$m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$$

משוואת ישר הרגרסיה:

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$$

ציון תקן:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

מקדם המתאם:

$$r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y} \cdot \big[(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \ldots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})\big]$$

שיטת הפתרון – שלב אחרי שלב

1. רושמים את הנתונים: $r,\ S_y,\ S_x,\ \bar{y},\ \bar{x}$ – ומי x ומי y.
2. **שיפוע**: $m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$.
3. **משוואה**: מציבים ב־$(x - \bar{x}) = m(y - \bar{y})$ ומפשטים.
4. **ניבוי**: מציבים x (או y) במשוואה.
5. ידוע הישר וחסר r? ← מבודדים מ־$m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$.

דוגמה

$$\bar{x} = 64,\ \bar{y} = 72,\ S_x = 14,\ S_y = 9,\ r = 0.77$$

$$m = 0.77 \cdot \frac{9}{14} = 0.495$$

$$y - 72 = 0.495(x - 64)$$

$$y = 0.495x + 40.32$$

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 2

שאלת בגרות פתורה – ציונים (א, ב)

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 2

X – ציון במתמטיקה, Y – ציון במדעי המחשב. $\bar{X}=64$, $\bar{Y}=72$, $S_x=14$, $S_y=9$, $r=0.77$. **א.** מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון במדעי המחשב לפי הציון במתמטיקה.

$$m = r\cdot\frac{S_y}{S_x} = 0.77\cdot\frac{9}{14} = 0.495$$

$$y-72 = 0.495(x-64)$$

$$y-72 = 0.495x-31.68$$

$$y = 0.495x + 40.32$$

ב. דני קיבל 90 במתמטיקה. מהו הציון המשוער שלו במדעי המחשב?

$$y = 0.495\cdot 90 + 40.32$$

$$y = 84.87 \approx 85$$

בערך 85

שאלת בגרות פתורה – הוספה לכל הציונים (ג)

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 2

הוסיפו **לכל אחד** מהציונים במתמטיקה 4 נקודות. **ג.** מה קרה ל־(1) $\bar{X}$ (2) S_x (3) r?

1. הממוצע עולה באותו מספר: $\bar{x} = 64 + 4 = 68$.
2. כל הנקודות זזות ימינה באותו מרחק – המרחקים מהממוצע $x_i - \bar{x}$ לא משתנים ← $S_x = 14$.
3. r תלוי רק בסטיות מהממוצע ובסטיות התקן ← $r = 0.77$.

הכלל

הוספת מספר קבוע לכל הערכים:

$\bar{x}$	גדל באותו מספר
S_x	לא משתנה
r	לא משתנה

לזכור (לא בנוסחאון)

שאלת בגרות פתורה – מציאת m ו־r (ד)

בגרות קיץ תשפ"ב (2022) – מועד א' • שאלה 2

ד1

בשנה אחרת התקבלו אותם ממוצעים ואותן סטיות תקן, וישר הרגרסיה הוא $y = mx + 43.2$. מצאו את m.

הישר עובר בנקודת הממוצעים $(64,\ 72)$:

$$72 = m \cdot 64 + 43.2$$

$$28.8 = 64m \ \Rightarrow \ m = 0.45$$

ד2

מצאו את מקדם המתאם בשנה זו.

$$m = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$$

$$0.45 = r \cdot \frac{9}{14}$$

$$r = 0.45 \cdot \frac{14}{9} = 0.7$$

$$r = 0.7$$

שאלת בגרות פתורה – היעדרויות וציונים (א–ג)

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 2

x – מספר היעדרויות, y – ציון. $\bar{x}=10$, $\bar{y}=70$, $S_x=4$, $S_y=10$, והקשר **שלילי**. **א.** איזו מהמשוואות היא משוואת ישר הרגרסיה?

ישר שעולה (שיפוע חיובי) – נפסל. בודקים את הנותרים בנקודת הממוצעים $x=10$:

(3) $y=-2\cdot 10+70=50\neq 70$ ✗

(4) $y=-2\cdot 10+90=70$ ✓

משוואה 4: $y=-2x+90$

ב. מצאו את r.

$$-2=r\cdot\frac{10}{4}\ \Rightarrow\ r=-0.8$$

ג. תלמיד קיבל 80. כמה היעדרויות משוער שהיו לו?

$$80=-2x+90\ \Rightarrow\ x=5$$

5 היעדרויות

שאלת בגרות פתורה – ישר אופקי (ד, ה)

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 2

בכיתה אחרת, לכל מספר היעדרויות הישר מנבא אותו ציון: 65. **ד.** (1) מהו השיפוע? (2) מהו $\bar{y}$? **ה.** האם אפשר לדעת את $\bar{x}$?

(1) אותו ניבוי לכל x ← הישר $y = 65$, אופקי:

$$m = 0$$

(2) הישר עובר בנקודת הממוצעים ← $\bar{y} = 65$.

ה. לא.

הישר $y = 65$ עובר בנקודה $(\bar{x}, 65)$ לכל ערך של $\bar{x}$.

גם $r = 0$ נותן $0 = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$ (אין קשר לינארי), ולא מידע על $\bar{x}$.

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. בשיפוע: S_y **במונה**, S_x במכנה (y לפי x).
2. הישר **תמיד** עובר ב־$(\bar{x}, \bar{y})$ – בודקים כל משוואה בנקודה הזאת.
3. סימן m = סימן r.
4. ניבוי נותן ערך **משוער** – כותבים „בערך".
5. הוספת קבוע: $\bar{x}$ זז, S_x ו־r לא משתנים.
6. $r = 0 \leftarrow$ אין קשר **לינארי** (לא בהכרח „אין קשר בכלל").

בדיקה עצמית

נתון: $\bar{x}=5$, $\bar{y}=20$, $S_x=2$, $S_y=5$, $r=0.6$.

1. מצאו את שיפוע ישר הרגרסיה.
2. מצאו את משוואת הישר.
3. מהו הערך המשוער של y כאשר $x=8$?
4. מוסיפים 3 לכל ערך של x. מה יהיו $\bar{x}$, S_x ו־r?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $m = 0.6 \cdot \frac{5}{2} = \mathbf{1.5}$
2. $y-20=1.5(x-5) \leftarrow \mathbf{y = 1.5x + 12.5}$
3. $1.5 \cdot 8 + 12.5 = \mathbf{24.5}$
4. $\bar{x}=\mathbf{8}$, $S_x=\mathbf{2}$, $r=\mathbf{0.6}$